La enseñanza de la matemática en la encrucijada: por un nuevo pacto civilizacional

Yves Chevallard
Profesor emérito en la Universidad de Aix-Marseille

Hay tres tipos de personas
en el mundo:
las que saben contar
y las que no saben

Ian Stewart, *La cuadratura del cuadrado y otras curiosida*des del gabinete del profesor Stewart, 2009, Crítica, Barcelona

Sr. Rector de la Universidad Nacional de Córdoba,
Sres. y Sras. Decanos de Facultades,
Sres. y Sras. Secretarios de la Universidad,
Sres. Representantes de la Embajada de Francia en Córdoba
Miembros de la comunidad Universitaria,
Señoras y señores

Les agradezco la oportunidad que me dan de expresarme sobre un tema que, desde hace casi cuatro décadas, ha sido central en mi vida científica y en mi vida personal: la escuela y, dentro de ella, la educación matemática.

Para ir más lejos en la comprensión de los éxitos y fracasos del proyecto secular de difundir conocimientos matemáticos en nuestras sociedades, he considerado que se necesitaba una "teoría" de los fenómenos de difusión de conocimientos. El construir una teoría de un objeto de estudio es la cosa más habitual en la mayoría de los campos de conocimiento —por ejemplo en física, en lingüística, en matemáticas, en medicina, en sexología, etc. Sin embargo, es la cosa que parece más sorprendente en una pluralidad de dominios de la actividad humana. Esos dominios comparten un rasgo determinante: en la cultura "común", se considera que no hay en ellos "nada que saber". Es el síndrome de bajar la basura: para hacerlo, no se necesita ningún saber; ¡basta con hacerlo! Este esquema social, que elimina lo didáctico, es decir, todo lo que hacemos, nosotros los seres humanos, para aprender algo o ayudar alguien a aprender algo, es la consecuencia de otra configuración social, mucho mejor conocida, de la que nos hemos liberado solo parcialmente: la relación entre un amo y su esclavo, un señor y su siervo, un maestro y su sirviente. ¿Qué relación existe entre esta situación social inmemorial y la negación de lo didáctico? A este respecto, puede evocarse al "centurión de Cafarnaúm" (Lucas, 7, 1-10): "Digo a éste: 'Vete', y va; y a otro: 'Ven', y viene; y a mi siervo: 'Haz esto', y lo hace". De esta relación asimétrica nace una ilusión clave: para el amo, el señor, el maestro, basta con dar una orden para que lo ordenado sea cumplido, probando así que se *puede* hacer. En la teoría antropológica de lo didáctico, al que está unido mi nombre, lo que hay que hacer es una *tarea* de cierto *tipo*. En esta teoría, se da por sentado que, para efectuar la tarea, se necesita una *técnica*, es decir, cierta manera determinada de hacer las cosas. La ilusión del poder dualista, que afecta tanto a los maestros como a los sirvientes, lleva a imaginarse que *no hay problema con las técnicas*. En otras palabras, en este mundo binario surge y florece la creencia profunda, aunque implícita, que hay generación espontánea ¡de las técnicas! Para generar la técnica esperada, es necesario y suficiente que algún "maestro" ordene a algún "sirviente" que efectúe la tarea deseada; y la técnica saldrá de repente entre las manos del sirviente. Es el sueño de los poderosos. Dice el docente al alumno: "¡Aprende esto!" Y el alumno lo aprende. Dice el ministro al docente: "¡Enseña esto a tus alumnos!" Y el docente lo enseña. El aprendizaje sería como el café: instantáneo. Como se ve en la siguiente captura de pantalla, esta creencia no analizada tiene más vidas que un gato…

En un modo más elegante, se puede emplear también el lenguaje, no de la orden, sino de la exhortación o de la voluntad: como dice el dicho, *querer es poder*. Existe una sabiduría popular que concreta esta "teoría" de la acción humana a través de aforismos como "Donde hay gana, hay maña", "Quien busca, encuentra", etc. En este caso, la "sabiduría" va en contra de la ciencia. Puede ser este punto algo desagradable para quienes añoran los viejos tiempos, que parecen más grandes y beneficiosos de lo que fueron. Sin embargo no hay razones intelectuales para ser más crítico del presente que del pasado. No se puede alabar a la tradición como si tuviera privilegios especiales. El análisis *a posteriori*, es decir, el análisis del pasado, no puede ser más complaciente que el análisis *a priori*, es decir, el análisis del futuro. La sacralización del pasado es un obstáculo que sólo el *conocimiento* del pasado puede ayudarnos a superar. Hay que conocer el pasado para iniciar una tradición nueva, que sea más adecuada a las sociedades en que vivimos.

La antigua ideología se puede resumir diciendo "Ellos (es decir, 'los criados') hacen todo lo posible y todos (es decir, dueños y criados) ignoramos lo imposible". En materia de educación, esta ideología —que es una emanación de la estructura social "amo-esclavo"— tiene efectos notables. El efecto más ubicuo es la contradicción que existe en la ideología del cuerpo docente acerca del rol del saber. Los profesores suelen glorificar el saber que enseñan, que presentan habitualmente como imprescindible en cualquier asunto, incluso en la vida diaria, salvo en la siguiente ocasión. Muchos de ellos, de hecho, profesan la idea que, para enseñar, *no hay nada que saber*, a excepción de la materia enseñada. El éxito docente se burla, dicen, de la supuesta "ciencia" de la docencia, que no aporta nada al *arte* de enseñar. Este arte, además, sería cosa personal, dependería del talento e ingenio del profesor, pero no de una ciencia abstracta, abstrusa y lejana. Sin embargo, entre los profesores hay una minoría activa, una minoría actuante, la de los docentes innovadores, que intenta cada día superar las restricciones de la tradición imperante. Pero, a diferencia del campo de la salud, el campo de la educación aún no ha entrado en el mundo de las ciencias modernas: ya pertenece al continente pre-científico, en el que, por ejemplo, sigue buscándose la mítica "panacea universal", quiero decir la última moda educativa que hará obsoletas e inútiles a las modas anteriores. Demasiados docentes innovadores se parecen al teniente Drogo de la novela *Il deserto dei Tartari* (*El desierto de los tártaros*) de Dino Buzzati: esperan que venga algo milagroso que cambiará su vida por completo. Por lo general, lo que acaba por ocurrir es que llega desde el horizonte que otean alguna moda nueva definida de la siguiente manera: sea un factor φ que determina, junto con cien otros, el acto educativo; se llama φ-moda a la moda que pretende que la clave de casi todo problema educativo es el factor φ. Es esta combinatoria de factores —que pone en un pedestal a uno de esos factores y descarta (provisionalmente) a los demás— a la que se reduce la "ciencia" tradicional de los sistemas didácticos. Esta "ciencia" consiste en una larguísima conversación, a veces violenta, entre Mismidad y Alteridad, como diría un filósofo.

El campo de la didáctica, al que pertenezco, ha seguido la vía opuesta, que pasa por la construcción colectiva de un saber y la elaboración correlativa de una teoría que guíe la construcción de este saber, al mismo tiempo que nace de él. El aforismo quizá más adecuado en este respecto se debe al sociólogo americano de origen polaco Kurt Lewin (1890-1947), que hizo observar: "No hay nada más práctico que una buena teoría". También decía: "la experiencia por sí sola no genera conocimiento"; y añadía: "si de verdad quieres entender algo, trata de cambiarlo". Estos postulados tienen afinidad con el tema que quiero explicitar, a saber, la aproximación científica a lo educativo y, en particular, a lo didáctico por parte no solo de algunos especialistas de la escuela, sino de todo el "pueblo docente" y sus responsables, en particular la "gente del ministerio" que, hasta ahora, prescinden muy bien de los investigadores y de sus posibles aportaciones a la acción pública. La paradoja es que lo hacen mediante el alistamiento de algunos "investigadores" que actúan de consejeros y, de hecho, hacen de *gatekeepers* —de porteros— al controlar la información que llega hasta los que toman decisiones. Por contraste, quisiera describir un mundo posible, sin "señores" ni "sirvientes", un mundo de ciudadanos educados e iguales, con diferencias de capacidades que nunca dan lugar a dominación "política" sino que permiten que una sociedad pueda hacer mucho más para sus miembros que lo que cada uno de ellos puede hacer para si mismo. La entrada de la educación, con todos sus actores y sujetos, en el continente científico constituiría una ruptura radical con la tradición epistemológica imperante en educación, es decir, un cambio civilizacional de gran envergadura, que ya comienza a manifestarse. Estamos en una encrucijada. Nos corresponde inventar el futuro evitando vías muertas.

El cambio en la civilización que acabo de evocar tiene que realizarse en cada territorio del campo educativo. Quisiera dedicar lo que sigue al caso específico de la educación matemática. Como bien es sabido, la masa de los conservadores y reaccionarios, es decir, la mayoría cavernícola de siempre, van a proclamar, sin pruebas, que todo nuevo currículo va a deshacer lo construido con ahínco a lo largo de varios siglos. Por ejemplo dirán que "el nivel va a bajar" o que algunas de las obras matemáticas más santificadas por la tradición escolar van a desaparecer del currículo o que su estudio va a reducirse a un mínimo o a eliminarse por completo. En lo que sigue, se hará justicia, aunque demasiado rápidamente, de esas imputaciones.

La cuestión clave es la de los criterios de juicio y su fundamento histórico, que es a la vez social y político. Voy a referirme al caso francés que, históricamente, es bastante representativo de las sociedades de tipo europeo. Durante los siglos XVII y XVIII, antes de la Revolución de 1789, la educación matemática se construye en los colegios de jesuitas y sobre todo en la formación de los futuros ingenieros civiles y militares, en particular los "ingenieros del Rey". Esta educación tiene determinada finalidad. En estas escuelas, la enseñanza de las matemáticas es entonces una enseñanza *funcional*, es decir en la que las obras enseñadas asumen determinadas funciones. Su presencia en el currículo tiene razones de ser. Si dejan de darse estas razones de ser, si ya no se necesita la obra para nada, esta obra debería excluirse del currículo. En esta problemática funcional, por ejemplo, no se pregunta primero "¿Qué son los números racionales?" sino "¿Por qué necesitamos los números racionales?". Pero también sucede un fenómeno contrario: la "santificación" de las obras enseñadas, que, con el paso del tiempo, adquieren un valor intrínseco, casi absoluto. Este fenómeno explica el creciente desacuerdo, a lo largo de su historia, entre el currículo vigente y el currículo virtual en adecuación con las necesidades futuras del alumnado. La tensión que resulta de este desacuerdo fortalece la tendencia a mirar las obras enseñadas como si fueran monumentos formales que se visitan, se contemplan, se admiran y con los que deberíamos gozar. Pero esto es sólo el contexto del hecho más determinante, que puede formularse así: la enseñanza de las matemáticas se ha construido históricamente desde el siglo XVII como una enseñanza para ciertas élites sociales y educativas. ¿Qué es lo que queda de esto para nosotros que, al parecer, vivimos en una época tan distinta? Para responder, voy a diseñar un modelo muy sencillo, en el que se considera tres poblaciones bastante distintas. La población P_1 es la de los matemáticos creadores, que incluye a los "grandes matemáticos" y que es muy pequeña. Esta población está hecha de aficionados, un calificativo que se aplica hoy a quien no es "profesional". Estos aficionados a las matemáticas, entre los cuales destacan auténticos "genios" como Pascal y Fermat, serán reemplazados progresivamente por profesionales de las matemáticas a partir de finales del siglo XVIII. Algunos de esos profesionales, como Cauchy por ejemplo, eran tránsfugas de la población P_2, que es una población compuesta por los usuarios de las matemáticas que son los ingenieros. Por razones históricas, en esta población coloco también a los profesores de matemáticas de la enseñanza secundaria, porque, en tiempos remotos, muchos profesores eran ingenieros sin empleo para los cuales la docencia era una segunda opción. (De paso, se puede comprobar que este factor determinante en su destino "personal" ha sobrevivido a los siglos.) Por último, ¿qué es la población P_3? Esta población incluye a todos aquellos que no son matemáticos creadores (no pertenecen a P_1) ni siquiera trabajan en un campo profesional fuertemente matematizado (no pertenecen a P_2). Debe subrayarse que la población P_3 no se caracteriza por su clase social: contiene tanto gente de poca instrucción como personas cultísimas en otras ramas del saber. Destaca en ella una subpoblación que es querida por muchos de nosotros: el grupo de maestros y maestras de Primaria. Tampoco debe olvidarse el conjunto más borroso de los especialistas de ciencias sociales con poca instrucción matemática. Después de encontrarnos con la encrucijada epistemológica, estamos aquí frente a otra encrucijada. Hasta ahora, la “gente matemática”, quiero decir la noosfera de las matemáticas, sigue privilegiando a la población P_1 y después a la población P_2, en este orden. Puede pensarse que esto es el efecto de una actitud antiquísima en tiempos de catástrofe que consiste, para la mayoría de los pueblos, en preferir salvar a las élites —los poderosos, que a menudo son opulentos— porque son ellos los que pueden salvar al pueblo: hay que salvar ¡a los salvadores! En muchos países se oye con frecuencia la queja de que “faltan ingenieros” y, también, que hay una “penuria de profesores”. Del mismo modo, una minoría más selecta se preocupa por el riesgo de la escasez de jóvenes matemáticos. Todos ignoran a la población P_3. Según un modelo social muy antiguo, se piensa que, si se puede alimentar (matemáticamente) a la población P_1, entonces se podrá alimentar a la población P_2. Y si se puede alimentar a P_1 y P_2, se podrá sustentar a la población P_3, con ¡los restos de la comida! El problema es que a una mayoría de miembros de P_3 no les gusta los restos de la comida de P_1 y P_2. De hecho, desde un punto de visto formativo (y no económico), se sabe formar, de modo razonable, a ingenieros y profesores desde el siglo XIX; y se sabe formar a investigadores en matemáticas desde el siglo XX. En el caso de P_1 y P_2, el problema ya está resuelto, aunque su solución imperante ¡puede mejorarse mucho! Al contrario, en el caso de P_3, el problema de dotar a la gente con un bagaje matemático adecuado *sigue siendo en gran parte abierto*. Por supuesto alguna gente va a preguntar por qué se tiene que plantear este problema, que afecta a gente “no interesada por la matemática, que la ignora a veces con arrogancia, incluso con agresividad”. Se sabe que muchos adultos de P_3 no saben casi nada de las matemáticas, como lo demuestran los primeros resultados (2013) de la encuesta sobre las habilidades de los adultos de la OCDE —el así llamado “club de los países ricos”—, que se pueden hallar en Internet (http://www.redetis.iipe.unesco.org/publicaciones/panorama-de-las-habilidades-2013-primeros-resultados-de-la-encuesta-sobre-las-habilidades-de-los-adultos-ocde/). En Francia una encuesta oficial reveló que el 50 % de los adultos no puede contestar a la siguiente pregunta: “¿Si usted invierte cien euros que devengan un interés compuesto del dos por ciento, ¿cuánto va a tener después de un año?” Al igual que una enfermedad física, el “anumerismo” (http://elpais.com/diario/2011/04/06/sociedad/1302040801_850215.html) tiene dos tipos de consecuencias nocivas. Primero, afecta a los individuos, que padecen las desgracias causadas por una falta de comprensión y control del mundo que les rodea. Segundo, afecta a las sociedades, en que la gente se contagia con el virus muy resistente de la evitación de toda situación de apariencia matemática, y que padecen los efectos de una falta colectiva de lucidez, como fue el caso con la crisis de las hipotecas *subprime* en octubre de 2008 en los Estados Unidos (http://es.wikipedia.org/wiki/Crisis_de_las_hipotecas_subprime).

No quiero insistir más en este punto. Pero lo que sí quiero subrayar es que la "resolución" histórica del problema planteado —esto es, la educación matemática de P_3—, que se atreve a hacer de un resto de un resto una "solución" de pleno derecho, debe ser cuestionada. Debido a que cambian las sociedades, alejándose del modelo dualista inmemorial de la dominación de un lado sobre el otro, y acercándose al modelo de la ciudadanía democrática, puede pensarse que hoy debemos tomarlo todo al revés —esta es mi hipótesis de trabajo actual—, es decir, partir del currículo para P_3 y ampliarlo para llegar al currículo para P_2 y, con más añadiduras y refundiciones de cuestiones y obras matemáticas, aumentarlo hasta hacerlo útil para P_1. El problema fundador es entonces el de la educación matemática para P_3. En lo que sigue voy a presentar sucintamente un modelo curricular general de la educación matemática en una civilización venidera. Debe decirse que este modelo, que está referido aquí a las matemáticas y a la población P_3, pretende ser un modelo general para la educación de cualquier "población" en cualquier disciplina. Su planteamiento se hace a través de una sucesión de siete puntos.

1. En el caso de las matemáticas, un modelo parecido a lo que voy a explicitar ha sido expuesto por el investigador en educación matemática Sol Garfunkel y el matemático David Mumford (que recibió la medalla Fields en 1974) en un artículo publicado en el diario estadounidense *The New York Times* en agosto de 2011. Es preciso subrayar que mientras que, en este artículo, se pretende indicar "lo que hay que hacer", como si bastara hacerlo, nuestro modelo pretende acotar un campo de *problemas de investigación* (en didáctica y en ingeniería didáctica o curricular). Dicho en otros términos, comienza realmente donde termina la propuesta de Garfunkel y Mumford.

2. El modelo se refiere a un currículo desarrollado a lo largo de varios años y constituido de una sucesión de cursos anuales (o semestrales). En lo que sigue, cuando se menciona un ejemplo de cuestión u obra, no se distingue entre los años (o semestres). Por un lado, esto se hace en aras de la simplicidad. Por otro lado, manifiesta un rasgo importante del modelo nuevo: al contrario del currículo tradicional, regido por un tiempo didáctico lineal e irreversible, es decir, por un tiempo *formal*, el currículo esbozado está sometido a un tiempo *funcional*, en que el estudio de alguna cuestión u obra viene determinado por las necesidades del momento, como veremos más adelante. Por ello, no es de extrañarse que una cuestión u otra obra estudiada ya durante el año p vuelve a estudiarse durante el año $q > p$, lo que, a menudo, pero no siempre, implica un grado de profundización mayor. Toda cuestión u obra puede ser estudiada repetidas veces, generalmente con herramientas distintas y con enfoques diferentes. En este sentido, pero sólo en este sentido, puede decirse que el tiempo no pasa.

3. En oposición a una obsesión muy difundida e incansablemente proclamada, el objetivo de la docencia no es que los alumnos *quieran* las matemáticas —lo que sería un objetivo ¡raras veces alcanzado!—, sino que las *conozcan* (hasta cierto punto). A este principio, lo llamo el principio de *laicidad generalizada*. Excluye que se le pide al alumno que ame a lo enseñado o incluso que crea en lo enseñado. Sólo se le pide que lo conozca. Sus sentimientos y sus creencias pertenecen a lo privado y la escuela no tiene derecho a interferir en ello. Por decirlo más concretamente, el alumno que estudia las ecuaciones cuadráticas —si se da el caso— deberá ser capaz de resolver ecuaciones de este tipo y de justificar la técnica empleada. No se le pide que haga una declaración de amor a ¡las ecuaciones de segundo grado!

4. La organización curricular que estoy describiendo descansa sobre un principio sine qua non: se da una lista determinada democráticamente (a nivel del país o de un grupo de países) de cuestiones C_i por estudiar; el estudio de estas cuestiones en la escuela provoca el encuentro de los alumnos con más cuestiones C_{ij}, y también con respuestas R_{ij} ya existentes en la literatura y con obras O_k que les ayuden a estudiar las cuestiones C_i y C_{ij} y respuestas R_{ij}. Toda obra así encontrada debe ser estudiada hasta que el conocimiento conseguido baste para construir una respuesta R_i "sólida". Si una obra determinada O no se encuentra en este proceso, *no será estudia*da. Por el contrario, si una obra se encuentra repetidas veces será estudiada repetidas veces, hasta que los alumnos tengan de ella un conocimiento adecuado a lo que tienen que hacer con esa obra. Una consecuencia que debe ser subrayada es que no se hacen diferencias previas entre cosas "fáciles" y cosas "difíciles": el único criterio de "legitimidad" de una entidad matemática es su utilidad en la tarea por hacer. Por supuesto, el grado de profundización de su estudio dependerá, no sólo del uso que se debe hacer de ella, sino de las herramientas disponibles para estudiarla. Así se desvanece la ilusión de un estudio "completo" y "para siempre jamás" de algo.

5. En su artículo ya mencionado, Garfunkel y Mumford proponían tres "fuentes" de cuestiones y obras matemáticas por estudiar: un "curso de finanzas" (*finance course*), un "curso de datos" (*data course*) y un "curso de ingeniería básica" (*basic engineering course*). La idea clave es que las cuestiones C_i (y las demás obras) por estudiar deben derivarse de algo "real", "genuino", que tienen algo que ver con la vida presente y futura de los alumnos, por contraste con cuestiones extravagantes, "lúdicas", inventadas, como se dice en inglés, "just for the fun of it", por pura diversión. No se trata de seducir al alumno, sino de hacerle encontrar herramientas matemáticas para pensar el mundo y actuar en él de manera razonada. Creo que las estrategias de seducción para llevar a la gente a admirar a los "grandes" matemáticos y a las "grandes" matemáticas son contraproducentes: muy poca gente aprende a conducir un auto por amor a pilotos de Fórmula 1; muy poca gente aprende a cocinar porque admiran a los "grandes" chefs. Del mismo modo, la gente debe aprender las matemáticas que necesita, sin compararse a profesionales y todavía menos a grandes profesionales de la disciplina.

6. Hay siempre que defenderse en contra del argumento de la "bajada de nivel de la enseñanza" que resultaría de cualquier cambio en el currículo tradicional. En esta perspectiva, quisiera evocar un ejemplo que me parece afín al modelo curricular esbozado. Tiene que ver con las celebérrimas "tablas de multiplicar", que solían desempeñar un papel clave en los siglos pasados (http://www.gabrielgarcia.net/numeros/lastablasdel0al9.html). La necesidad de saber de memoria "las tablas" para calcular mentalmente, es decir, bastante rápidamente, ya no existe. En nuestra vida con los números, hoy en día, podemos tomar tiempo y rechazar el estrés de las antiguas preguntas a quemarropa del tipo "¿siete por nueve?" Es esta pregunta la que le hizo, hace poco, un periodista en la tele al presidente de la Corte de Cuentas francesa. El presidente se situó espontáneamente en el modelo "antiguo", en el que se debe contestar de inmediato, y dijo: "setenta y dos", lo que es absurdo por ser setenta y dos mayor que siete por diez. He aquí un diálogo que he imaginado entre este periodista de antaño y otro presidente, quiero decir un presidente de Corte de Cuentas de *después* del cambio civilizacional, que, como se verá a continuación, tiene con los números una relación no vacía y no dogmática:

Periodista. – ¿Siete por nueve?

Presidente. − Siete por nueve… ¡No me acuerdo. Siete por diez, setenta…

Periodista. – Conteste por favor.

Presidente. – Permítame que tome el tiempo. Entonces… siete por nueve, es setenta menos siete, es decir, sesenta y tres.

Periodista. – ¡Eso es!

Presidente. – También es igual a siete por tres veces tres, a saber, veintiuno por tres, es decir, sesenta y tres. Recuerdo que siete por ocho es cincuenta y seis ; entonces siete por nueve, es cincuenta y seis más siete, o sea cincuenta y seis más seis, es decir, sesenta y dos, más uno, sesenta y tres. También siete por nueve es igual a ocho menos uno por ocho más uno, es decir, ocho al cuadrado menos uno, o sea sesenta y cuatro menos uno, sesenta y tres. Bueno. También es igual a nueve por nueve, o sea ochenta y uno, menos dos veces nueve, o sea dieciocho… Entonces es igual a ochenta y uno menos veinte más dos, o sea sesenta y uno más dos, sesenta y tres. Bien, he aquí mi respuesta: sesenta y tres. Bueno, es lo que creo.

Periodista. − ¡Exacto!

Presidente. − Ya ¿Y usted, cómo lo sabe?

Periodista. – Lo sé. Siete por nueve, sesenta y tres.

Presidente. – ¿Está usted seguro de esto? Quizá usted se equivoca. Quizá ambos nos equivocamos. De niño me gustaba mucho contar en base tres.

Periodista. − ¿Qué quiere usted decir con esto?

Presidente. – En base tres, el número siete se escribe… 21; y nueve se escribe… 100. El producto de 21 por 100 es 2100, o sea $0 + 0 + 3^2 + 2 \times 3^3$, a saber, nueve más dos veces veintisiete, o nueve más cincuenta y cuatro, es decir, sesenta y tres. No hay más remedio.

Periodista. – ¡Tarda usted mucho en reaccionar!

Presidente. – No estoy reaccionando, señor. Estoy buscando. Intento comprobar lo que pretende usted. Y por eso necesitamos tiempo.

Periodista. – Puede ser…

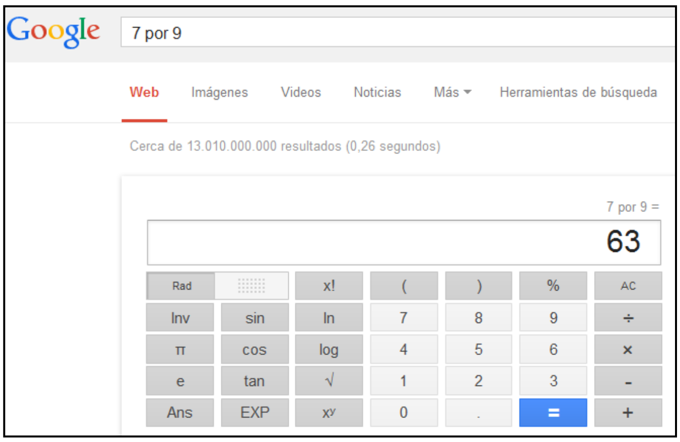
Presidente. – La matemática merece respeto. Y también la gente merece respeto. No somos máquinas. Y tampoco ¡somos brujos!

Periodista. – ¿Qué quiere decir?

Presidente. – Bien, la gente merece ser respetada. En particular en su relación con las matemáticas. ¿Usted que opina?

Periodista. Puede ser…

En este diálogo, se ve una muestra pequeña de lo que me gustaría llamar “matemática lenta”, lenta y razonada, y segura. Quien quiere un resultado rápido puede utilizar una calculadora, por ejemplo la de Google, como se ve en la captura de pantalla siguente:



Más en general, el modelo curricular evocado aquí tiene en cuenta el estado actual de las infraestructuras de la actividad matemática. Todos podemos dar un valor aproximado del número π, por ejemplo 3,14. En el siglo XIX, la gente conocía un valor aproximado del número *inverso*, $1/\pi$: se tomaba 0,32 o, por más precisión, 0,318. (De hecho se tiene π^{-1} = 0,31830988618379…). ¿Por qué estaba así? Las infraestructuras de este tiempo inducían a la gente a calcular mentalmente (la calculadora moderna no existía, y a menudo no había lápiz ni papel). Si se quiere determinar la medida del radio de un círculo con perímetro igual a 20 m, por ejemplo, hay que calcular el valor de la fracción $\frac{10}{\pi}$. Durante siglos, la gente solía huir de la división, que, por razones infraestructurales más que superestructurales, se consideraba como una operación difícil. Por ello, se reemplazaba a la división por una multiplicación mediante la fórmula $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ y el uso del número inverso $\frac{1}{b}$. En este caso, se tiene

$$\frac{10}{\pi} = 10 \times \frac{1}{\pi} \approx 10 \times 0{,}318 = 3{,}18.$$

Por supuesto, hoy en día, la calculadora contesta de inmediato: $\frac{10}{\pi}$ = 3,1830988618379… La explotación razonada y racional de las infraestructuras existentes y, más en general, la atención prestada a estas infraestructuras son rasgos decisivos del nuevo currículo.

7. Otro rasgo definitorio es que, en el currículo que estoy delineando, los alumnos estudian cuestiones y, por eso, respuestas ya existentes. Por ejemplo pueden estudiar la siguiente cuestión, que tiene que ver con el estudio del proceso de evolución darwiniano, es decir, con un tema que, sea dicho de paso, no pertenece a ningún de los tres "cursos" propuestos por Garfunkel y Mumford: ¿Por qué hay dos sexos y no tres o cuatro (o cinco, etc.)? He aquí un trozo de respuesta que es un clásico entre los especialistas:

> La existencia de un gran número de sexos sería una ventaja desde el punto de visto de la diversidad genética. Pero esto plantearía un problema demográfico enorme. Consideremos una población animal en la que la proporción de machos (M) es p, la proporción de hembras (H) es q y donde r es la proporción de miembros del tercer sexo (T). Supongamos que los "encuentros" entre miembros de la población se hacen aleatoriamente. Sólo el comercio entre tres individuos de sexos distintos permite procrear. Se demuestra que la probabilidad de tal evento es igual a $6pqr$. También se establece que esta probabilidad es máxima, igual a $P_3 = 2/9 = 0{,}22\ldots$, cuando se da $p = q = r = 1/3$. Este resultado se generaliza: para n sexos, el valor máximo de la

probabilidad de encuentro fecundo es $P_n = n!/n^n$, lo que disminuye cuando n crece (y tiende a cero cuando n tiende al infinito). En el caso de dos sexos, la probabilidad es $P_2 = 2/2^2 = 0{,}5$, lo que es el máximo que se puede esperar. La evolución ha elegido el caso más favorable.

Frente a este "informe", los alumnos tendrán que estudiarlo para explicitar todo lo alusivo, implícito o cuestionable que contiene. Se tratará en particular de poner de manifiesto, con todo detalle, el modelo matemático utilizado y sus limitaciones posibles. Quizá la consideración de la hipótesis de aleatoriedad llevará a algunos alumnos a interrogarse sobre el hecho antropológico que las culturas humanas nos hemos tomado tanto trabajo para disfrazar el azar con los ritos, grandes y pequeños, frágiles y, a veces, enigmáticos, de la vida en sociedad.

Pero ya es tiempo de concluir. La población P_3 necesita conocimientos matemáticos adecuados. No necesita matemáticas heroicas, sino una matemática de cada día, más o menos específica, a semejanza de la cocina de cada día; una matemática que le permita pensar y actuar razonablemente. Parece importante añadir que el largo y dificultoso proceso de creación de un currículo idóneo, que es una aventura vital para nuestras sociedades, podría reavivar el oficio de profesor y, en consecuencia, dar al problema de la demografía de P_2 una solución alternativa basada en una dedicación colectiva. Al mismo tiempo, este proyecto de conjunto debería acrecentar la responsabilidad social de los investigadores en matemáticas en la difusión equitativa de los conocimientos matemáticos en la sociedad. Por supuesto, casi todo esto está por hacer.

Muchas gracias.